UED Journal of Social Sciences, Humanities & Education – ISSN 1859 - 4603

TẠP CHÍ KHOA HỌC XÃ HỘI, NHÂN VĂN VÀ GIÁO DỤC

Nhận bài:
27 – 09 – 2017
Chấp nhận đăng:
30 – 12 – 2017
http://jshe.ued.udn.vn/

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC NGHIỆP VỤ SƯ PHẠM CHO GIÁO VIÊN TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG TRONG DẠY HỌC SỬ DỤNG HÌNH ẢNH TRỰC QUAN THEO ĐỊNH HƯỚNG CỦA LÍ THUYẾT KIẾN TẠO

Nguyễn Thị Hà Phương[a*], Lê Thị Bạch Liên[b], Nguyễn Thị Mai Thủy[c]

Tóm tắt: Dạy học hướng vào người học, lấy người học làm trung tâm là luận điểm then chốt của lí luận dạy học hiện đại. Một trong những đặc điểm phản ánh bản chất của lí thuyết kiến tạo chính là quan điểm tri thức được kiến tạo một cách tích cực bởi chủ thể nhận thức, chứ không phải được tiếp thu một cách thụ động từ môi trường bên ngoài.

Sử dụng những hình ảnh trực quan để hỗ trợ việc dạy học toán là vấn đề được nhiều nhà giáo dục toán quan tâm, khai thác trong xu hướng hiện nay nhằm tích cực hóa hoạt động khám phá và kiến tạo tri thức của học sinh, nâng cao năng lực tư duy sáng tạo. Bài báo trình bày một số cách sử dụng diện tích hình phẳng, độ dài đoạn thẳng và các quy trình lặp để biểu diễn cho các số, hỗ trợ việc dạy học các tính chất toán học theo định hướng của lí thuyết kiến tạo, đáp ứng yêu cầu của công cuộc đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa - hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế.

Từ khóa: năng lực nghiệp vụ sư phạm; giáo viên toán; hình ảnh trực quan; dạy học; lí thuyết kiến tạo.

1. Đặt vấn đề

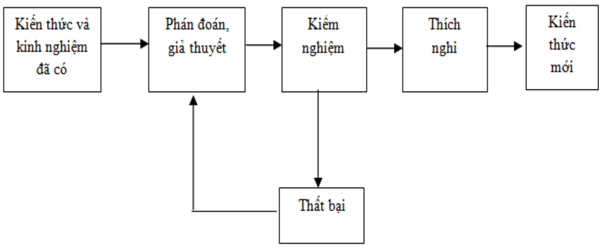
Khi dạy học các định lí hay các công thức toán học theo phương pháp truyền thống, giáo viên thường đưa ra công thức, tính chất trước, sau đó sử dụng các phép toán logic và lập luận chặt chẽ để chứng minh các công thức, tính chất đó. Điều này giúp cho việc trình bày kiến thức đảm bảo tính logic, chính xác, tuy nhiên người học sẽ cảm thấy mất tính tự nhiên trong quá trình tiếp thu tri thức, sự tiếp nhận và ghi nhớ kiến thức của người học dễ trở nên máy móc. Do đó việc học toán trở nên khô khan, không hấp dẫn người học và không kích thích khả năng tư duy, sáng tạo của người học.

Theo quan điểm của tư duy biện chứng, nhận thức của con người đi từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, cho nên việc dạy càng trực quan thì người học sẽ càng dễ tiếp thu, dễ hiểu, dễ nhớ. Có thể nói những biểu diễn trực quan không những là phương tiện để minh họa theo cách dạy học truyền thống mà còn là công cụ hỗ trợ đắc lực cho quá trình tư duy của học sinh. Do đó trong xu hướng dạy học mới theo định hướng của lí thuyết kiến tạo thì việc tìm kiếm những biểu diễn toán trực quan sẽ giúp học sinh hiểu các ý tưởng toán học tốt hơn và tự kiến tạo tri thức toán cho mình một cách tích cực và việc học càng trở nên có ý nghĩa với chính người học. Vì vậy, việc sử dụng các hình ảnh trực quan để minh họa các kiến thức toán học đang ngày càng được khuyến khích. Bài báo trình bày một vài ví dụ minh họa biểu diễn trực quan cho các tính chất số học. Hi vọng qua bài báo người đọc có thể tìm kiếm thêm nhiều hình ảnh trực quan, từ đó khai thác, vận dụng vào giảng dạy toán học một cách có hiệu quả.

2. Lí thuyết kiến tạo

Lí thuyết kiến tạo (constructivism) được đề xuất vào khoảng những năm 60 của thế kỉ 20 bởi Jean Piaget (1896 - 1980), nhà tâm lí học và triết học người Thụy Sĩ. Từ đó cho tới nay, nó đã ảnh hưởng sâu rộng trong giáo dục và trở thành một xu hướng hiện đại được nhiều nước phát triển trên thế giới quan tâm.

[a]*Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng*
[b]*Trường Đại học Quảng Bình*
[c]*Trường Cao đẳng Kinh tế - Kế Hoạch Đà Nẵng*
*** Liên hệ tác giả**
Nguyễn Thị Hà Phương
Email: nthphuong@ued.udn.vn



Hình 1. *Sơ đồ quá trình kiến tạo kiến thức*

Bản chất của học tập kiến tạo thể hiện qua các đặc điểm sau:

- *Tri thức là sản phẩm của hoạt động phát hiện và sáng tạo của chính người học*. Học là quá trình phát hiện và sáng tạo một cách tích cực của chủ thể nhận thức, không phải là sự tiếp thu thụ động từ giáo viên.
- *Nhận thức là quá trình tổ chức lại thế giới quan của chính người học thông qua hoạt động trí tuệ và thể chất.* Mỗi người xây dựng kiến thức cho bản thân mình một cách khác nhau dù trong cùng một hoàn cảnh giống nhau.
- *Học tập là một quá trình hoạt động xã hội, thể hiện ở hai khía cạnh:* học là một quá trình đáp ứng yêu cầu của xã hội và quá trình nhận thức của người học chịu ảnh hưởng của các tương tác xã hội, môi trường.
- *Quá trình kiến tạo tri thức là một quá trình vận động, phát triển chứ không phải là quá trình tĩnh tại, đứng im.* Kiến thức được học sinh kiến tạo thông qua con đường được mô tả như trong Hình 1 [8, tr.23].
- *Cùng với việc hình thành kiến thức là sự hình thành các hành động trí tuệ*. Mỗi một kiến thức được hình thành đồng thời với việc học sinh chiếm lĩnh được cách tạo ra kiến thức đó (tri thức về phương pháp) nghĩa là hình thành các thao tác trí tuệ tương ứng.

Như vậy, học tập kiến tạo dựa trên sự tham gia của người học vào việc giải quyết vấn đề và những suy nghĩ có tính phê phán trong hoạt động mà học sinh thấy phù hợp và hứng thú. Học tập kiến tạo cho phép học sinh xây dựng nên kiến thức cho chính mình bằng các thử nghiệm các ý tưởng từ những kinh nghiệm và hiểu biết đã có, từ đó áp dụng những hiểu biết này vào tình huống mới và liên kết với những kiến thức mới.

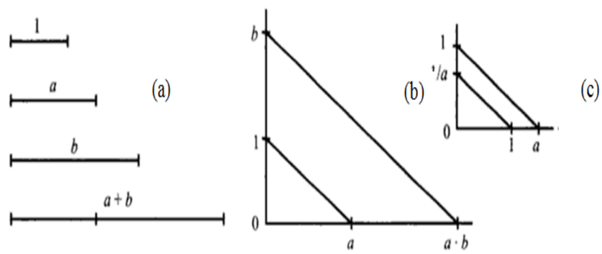
Trong bài báo này chúng tôi áp dụng những tư tưởng cơ bản của lí thuyết kiến tạo nói trên trong việc dạy học một số tính chất số học. Cụ thể là sử dụng các hình ảnh trực quan để giúp học sinh chứng minh các tính chất đó.

3. Nội dung nghiên cứu

3.1. Sử dụng độ dài đoạn thẳng để biểu diễn cho số

Một cách rất tự nhiên để biểu diễn một số dương *a* là vẽ một đoạn thẳng có độ dài bằng *a*. Với cách này nhiều mối quan hệ giữa các số dương có thể được minh họa với các con số, và các mối quan hệ giữa các độ dài của các đoạn thẳng trong các con số đó.

Cho 2 đoạn thẳng có độ dài *a*, *b* và một đoạn thẳng có độ dài đơn vị. Khi đó, ta có thể biểu diễn một số mối quan hệ định lượng cơ bản tương ứng với *a*, *b*, như $a+b$, $a.b$ hay nghịch đảo của *a* bằng độ dài các đoạn thẳng (Hình 2).



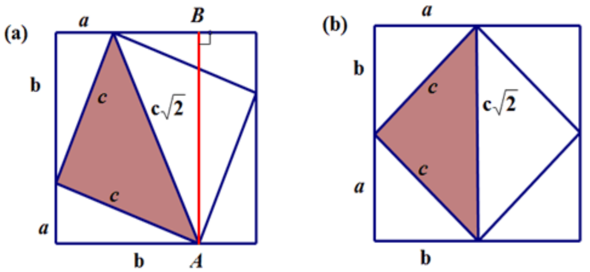
Hình 2.

Bài toán 1: Xét Bất đẳng thức Pythagorean:

$$\sqrt{a^2+b^2} < a+b \le \sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}, \ \forall a,b>0. \quad (1)$$

Sử dụng kĩ thuật trực quan hóa một số bằng độ dài đoạn thẳng như Hình 3a, ta có thể biểu diễn $c=\sqrt{a^2+b^2}$ chính là độ dài của cạnh huyền của một tam giác vuông với 2 cạnh góc vuông có độ dài bằng *a*, *b* và $\sqrt{2}.c=\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}$ chính là độ dài của đường chéo của hình vuông có cạnh là *c*. Nên trước hết ta vẽ một tam giác vuông với 2 cạnh góc vuông có chiều dài lần lượt là *a*, *b* cùng với cạnh huyền với chiều dài là *c*. Sau đó từ cạnh huyền đó ta vẽ tiếp một hình vuông với cạnh có chiều dài là *c*, rồi vẽ tiếp đường chéo của hình vuông đó với chú ý rằng nó có chiều dài là $\sqrt{2}c$. Tiếp theo ta nối dài các cạnh góc vuông của tam giác ban đầu để thu được hai đoạn thẳng có chiều dài $a+b$. Cuối cùng, để tạo nên sự liên kết giữa các hình có sẵn, học sinh cần vẽ thêm hai đoạn thẳng có độ dài $a+b$ để tạo thành hình vuông cạnh $a+b$ (Hình 3a).

Sử dụng bất đẳng thức trong tam giác $a+b>c$, ta có ngay bất đẳng thức bên trái của (1). Và vẽ thêm đoạn thẳng AB như Hình 3a, ta thấy ngay bất đẳng thức bên phải của (1).



Hình 3.

Từ Hình 3a, giáo viên cho học sinh nhận xét khi nào $AB=\sqrt{2}c$? Khi đó, học sinh có thể vẽ tiếp được Hình 3b và cho câu trả lời là khi $a=b$ thì $a+b=\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}$. Do đó có thể nói rằng có thể sử dụng trực quan để dự đoán, phản bác các giả thuyết.

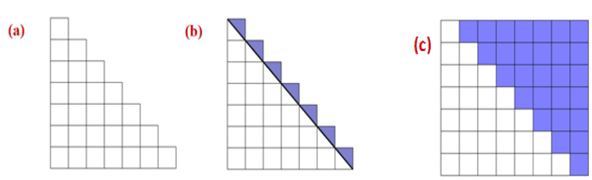
Như vậy, từ việc quan sát yêu cầu bài toán và hiểu được biểu diễn số bằng độ dài đoạn thẳng, học sinh có thể sử dụng hình ảnh trực quan để chứng minh định lí mà không cần dùng chữ dưới sự hướng dẫn, gợi mở của giáo viên.

3.2. Sử dụng diện tích hình phẳng để biểu diễn cho số

Bài toán 2: Tính tổng của các số tự nhiên liên tiếp.

Xét tổng $T_n=1+2+3+...+n$.

Nếu chúng ta sử dụng diện tích của một hình vuông đơn vị (có cạnh bằng 1) biểu diễn cho số 1, hai hình vuông như vậy để biểu diễn cho số 2, và cứ như vậy thì được diện tích của Hình 4a sẽ biểu diễn cho tổng T_n. Để tính diện tích, chúng ta sử dụng đường chéo để chia đôi các hình vuông ở bên phải của mỗi hàng như Hình 4b, và tính diện tích của tam giác lớn không được đánh dấu là tam giác vuông cân cạnh n và n hình tam giác nhỏ hơn, mỗi tam giác là tam giác vuông cân cạnh 1 [7].



Hình 4.

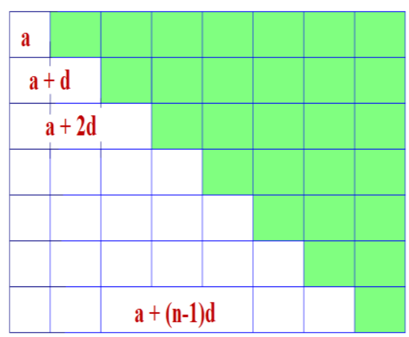
Do đó $T_n=1+2+...+n=\frac{1}{2}n^2+n.\frac{1}{2}=\frac{n(n+1)}{2}$.

Một cách khác để tính T_n là lấy hai bản sao của hình trong Hình 4a ghép lại với nhau ta được hình chữ nhật có hai cạnh lần lượt là n và $n+1$, tính diện tích hình chữ nhật đó ta có $2T_n=n(n+1)$ và do đó $T_n=\frac{n(n+1)}{2}$ (xem Hình 4c).

Ngoài ra, do tổng $(1+2+...+n)$ là tổng của n số hạng của một cấp số cộng, nên ta có thể vận dụng những ý tưởng như trong phần trước để minh họa và hướng dẫn học sinh tính toán tổng S của n số hạng của một cấp số cộng tổng quát với số hạng đầu là a và công sai là d.

$$S=a+(a+d)+(a+2d)+...+\left[a+(n-1)d\right]$$

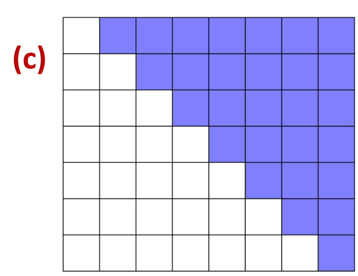
Tổng quát hóa hình 4, chúng ta thu được hình sau, còn được gọi là phương pháp "đường ống" (organ-pipe) cho tổng các số hạng của một cấp số cộng [4].



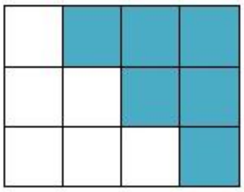
Hình 5.

Hình chữ nhật thu được có hai cạnh lần lượt là n và $\left[a+(n-1)d+a\right]$. Do đó:

$$2S=n\left[2a+(n-1)d\right] \text{ nên } S=\frac{n}{2}\left[2a+(n-1)d\right].$$



Nhận xét: Để vận dụng hình ảnh này vào giảng dạy toán theo định hướng của lí thuyết kiến tạo, giáo viên cần chú ý đặc điểm các giai đoạn nhận thức của tư duy học sinh theo mô hình SOLO (Structure of the Observed Learning Outcome) để có cách đặt vấn đề phù hợp. Bạn đọc có thể tìm hiểu thêm về mô hình này trong [3]. Chẳng hạn, ban đầu giáo viên có thể đưa ra tổng $T_3 = 1 + 2 + 3$ cùng với hình ảnh minh họa như ở Hình 6.



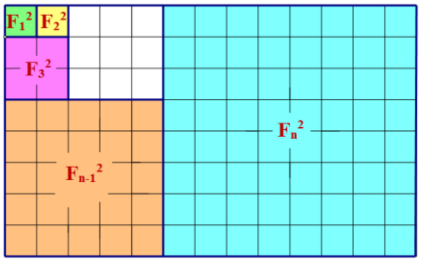
Hình 6.

trong đó diện tích một hình vuông đơn vị (có cạnh bằng 1) biểu diễn cho số 1, hai hình vuông như vậy để biểu diễn cho số 2, ba hình vuông biểu diễn cho số 3. Khi đó học sinh sẽ khám phá ra có thể tính diện tích phần không tô màu ở Hình 5 thay cho tổng T. Có nhiều cách để tính diện tích Hình 5 như đã trình bày ở trên nên ta có $T_3 = 1 + 2 + 3 = \frac{3(3+1)}{2}$.

Từ đó học sinh có thể đặt ra và giải quyết được câu hỏi tổng quát tính T_n để kiến tạo kiến thức của mình. Như vậy một cách rất tự nhiên và trực quan, học sinh có thể dự đoán và kiểm chứng được kết quả tổng $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$.

Bài toán 3: Dãy số Fibonacci.

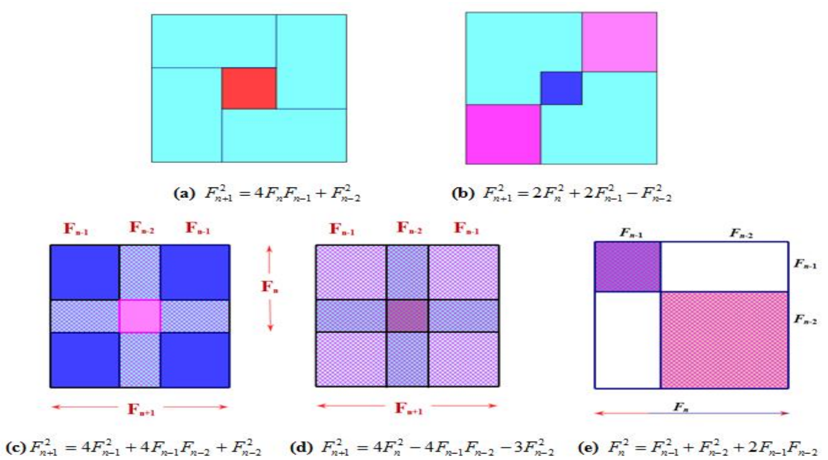
Ta đã biết dãy số Fibonacci là dãy: 1, 1, 2, 3, 5, 8,… có tính chất kể từ số hạng thứ 3 trở đi, mỗi số hạng bằng tổng của hai số hạng liền kề trước. Nếu biểu diễn số hạng Fibonacci thứ n bởi F_n thì $F_1 = F_2 = 1,\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ với $n \geq 3$. Có nhiều đẳng thức đẹp của dãy Fibonacci liên quan đến tổng các bình phương hay tổng các tích của các số Fibonaci. Chẳng hạn, $F_1^2 + F_2^2 + ... + F_n^2 = F_n.F_{n+1}$, có thể được mô tả như Hình 7 dưới đây:



Hình 7.

Trong hình, mỗi hình vuông có cạnh bằng 1 nên diện tích của nó sẽ biểu diễn cho $1^2 = F_1^2$. Do $F_3 = F_1 + F_2$ nên F_3^2 sẽ được biểu diễn bằng diện tích của hình vuông có cạnh bằng tổng chiều dài cạnh của hai hình vuông biểu diễn cho F_1^2 và F_2^2. Cứ như vậy tổng $F_1^2 + F_2^2 + ... + F_n^2$ sẽ được biểu diễn bởi diện tích hình chữ nhật có hai cạnh lần lượt là F_n và F_{n+1}. Do đó ta có kết quả $F_1^2 + F_2^2 + ... + F_n^2 = F_n.F_{n+1}$.

Những đẳng thức khác có thể được minh họa tương tự [2].



Hình 8.

Trong Hình 8a, diện tích hình vuông ở giữa biểu diễn cho F_{n-2}^2, do vậy F_{n-2} sẽ được biểu diễn bởi cạnh của hình vuông. Mỗi trong 4 hình chữ nhật có hai cạnh lần lượt là F_{n-1} và $F_{n-1}+F_{n-2}=F_n$. Khi đó hình vuông lớn được tạo thành từ hình vuông nhỏ ở giữa và 4 hình chữ nhật xung quanh sẽ có cạnh bằng $F_{n-1}+F_n=F_{n+1}$. Từ đó ta có đẳng thức $F_{n+1}^2=4F_nF_{n-1}+F_{n-2}^2$.

Tương tự, bằng cách chia như Hình 8b, ta lại có đẳng thức $F_{n+1}^2=2F_{n-1}^2+2F_n^2-F_{n-2}^2$, hoặc đẳng thức $F_{n+1}^2=4F_{n-1}^2+4F_{n-1}.F_{n-2}+F_{n-2}^2$ theo cách chia như Hình 8c, hoặc đẳng thức $F_{n+1}^2=4F_n^2-4F_{n-1}.F_{n-2}-3F_{n-2}^2$ theo cách chia như Hình 8d, hoặc đẳng thức $F_n^2=F_{n-1}^2+{F_{n-2}}^2+2F_{n-1}.F_{n-2}$ (Hình 8e).

3.3 Tổng các dãy vô hạn

Bài toán 4: Tìm tổng vô hạn của cấp số nhân: $\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+\ldots$

Nếu giải theo đại số

$$S_n=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+\ldots+\left(\frac{1}{4}\right)^n=\frac{1/4\times\left(1-(1/4)^n\right)}{1-1/4}=\frac{\left(1-(1/4)^n\right)}{3}$$

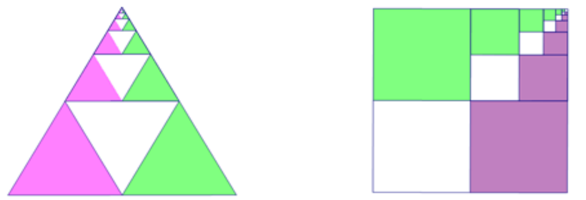
$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(1-(1/4)^n\right)}{3}=\frac{1}{3}.$$

Nếu biểu diễn trực quan bằng hình học, chúng ta hãy quan sát hai hình ảnh dưới đây [Mabry, 1999; Ajose, 1994] minh hoạ rằng tổng của chuỗi $1/4+(1/4)^2+(1/4)^3+\ldots=1/3$. Trong hình 9(a), lưu ý rằng diện tích của tam giác màu trắng lớn nhất là 1/4 của diện tích tam giác ban đầu, diện tích của tam giác màu trắng lớn tiếp theo là 1/4 của 1/4 diện tích tam giác ban đầu, và cứ như vậy thì tổng diện tích của các hình tam giác màu trắng tạo bằng 1/3 diện tích của tam giác ban đầu. Trong Hình 9(b) chúng ta cũng có tương tự với các ô vuông.

Nhận xét: Qua hai cách giải trên chúng ta nhận thấy rằng:

+ Với cách giải đại số, học sinh áp dụng công thức để tính và cho một kết quả chính xác nhưng học sinh cảm thấy khái niệm về dãy số hay tổng vô hạn của dãy số là trừu tượng.

+ Với cách giải biểu diễn trực quan hình học cho một lời giải rõ ràng, dễ hiểu, chính xác, cho học sinh hình ảnh cụ thể về dãy số, tổng của chuỗi số, mở ra cho học sinh quy luật, thiết kế sắp xếp ở nhiều hình thức khác nhau của cùng một bài toán và thúc đẩy học sinh chủ động trong việc hiểu khái niệm toán.

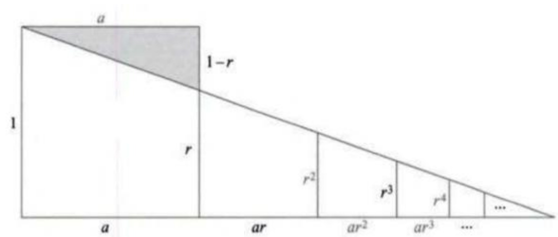


(a) (b)

Hình 9.

Ý tưởng này có thể được mở rộng để tìm công thức cho tổng của một dãy hình học tổng quát (với đại lượng dương *a* và tỷ lệ chung là *r*, *0 < r <1*) [Bivens and Klein, 1988]. Trong Hình 10, quá trình lặp đi lặp lại bao gồm việc chia nhỏ hình tam giác lớn thành những hình thang đồng dạng. Hình tam giác màu xám và tam giác màu trắng lớn đồng dạng, do đó tỉ lệ giữa các cạnh ngang và dọc trong mỗi hình là như nhau, ta có:

$$\frac{a+ar+ar^2+ar^3+\ldots}{1}=\frac{a}{1-r}.$$

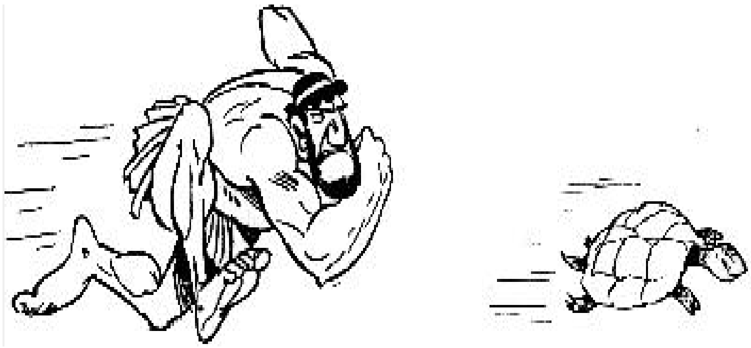
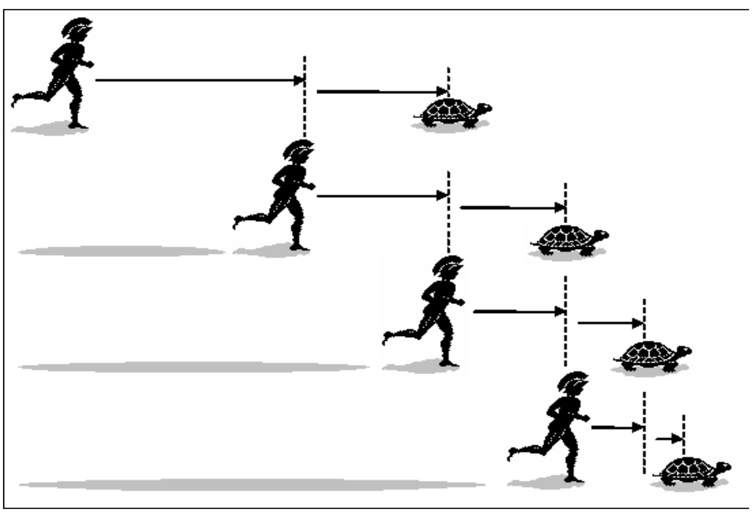


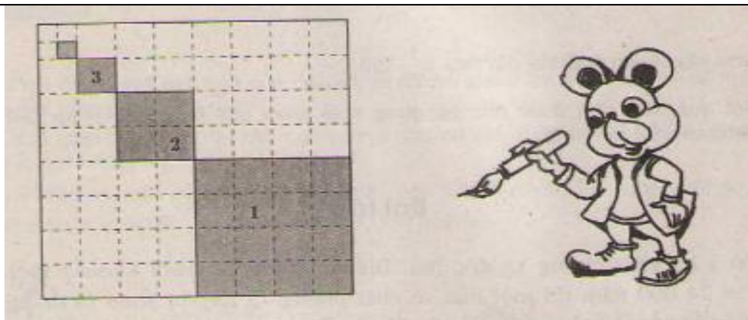
Hình 10.

4. Thiết kế tình huống dạy học

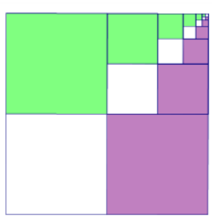
Giáo viên có thể sử dụng các kết quả trong mục 3 để thiết kế các tình huống dạy học thích hợp nhằm tích cực hóa hoạt động học tập của học sinh. Chẳng hạn khi dạy học bài "Giới hạn của dãy số" trong chương trình Đại số và giải tích 11, dựa vào sơ đồ quá trình kiến tạo tri thức ở Hình 1, giáo viên có thể thiết kế các hoạt động để giới thiệu tổng của cấp số nhân lùi vô hạn theo quan điểm của lí thuyết kiến tạo như sau:

Hoạt động 1. Đặt vấn đề giới thiệu tổng của cấp số nhân lùi vô hạn

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
- GV giới thiệu học sinh **Bài toán 1** là một nghịch lí nổi tiếng trong lịch sử toán học, nghịch lí Zenon: Một ngày nọ, thần Achilles chạy thi với một con rùa. Do được mệnh danh là thần về tốc độ nên Achilles nhường rùa một đoạn, cả hai xuất phát cùng một lúc, theo cùng một hướng và nhiệm vụ của thần Achilles là phải đuổi kịp con rùa.  Quá trình chạy đua được mô tả cụ thể như trong hình sau  Khi Achilles đuổi đến vị trí cũ của rùa thì rùa dù chậm nhưng cũng đã bò đến một vị trí khác. Cứ tiếp tục như thế thì Achilles, một vị thần về tốc độ lại không đuổi kịp một con rùa. Điều này là vô lí theo lẽ thường tình, nhưng hoàn toàn không có gì mâu thuẫn trong lập luận trên, vậy điều gì đang diễn ra? **Bài toán 2.** Bài toán tô màu (Dựa vào Bài 4, Tr 122, [9]). Để trang hoàng cho căn hộ của mình, chú chuột Mickey quyết định tô màu một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 1. Nó tô màu xám các hình vuông nhỏ được đánh dấu 1, 2, 3,..., n,... trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó.	- Quan sát bài toán thông qua những hình ảnh giáo viên đưa ra, suy nghĩ để đưa ra hướng giải quyết. - Quan sát hình vẽ, dựa vào những kiến thức, kinh nghiệm đã có để đưa ra phán đoán, giả thuyết của mình.

 Hình 51 *Câu hỏi: Giả sử quy trình tô màu của Mickey có thể tiến ra vô hạn. Hãy tính phần diện tích tô màu.* Giáo viên hướng dẫn học sinh khám phá, trải nghiệm, dựa vào những kiến thức kinh nghiệm đã có để đưa ra phán đoán, giả thuyết của mình thông qua một số câu hỏi: 1. Nhận xét diện tích của hình vuông xám được đánh số 1 so với diện tích hình vuông ban đầu? 2. Nhận xét diện tích của hình vuông xám được đánh số 2 so với diện tích hình vuông 1?... 3. Diện tích hình được tô màu là tổng của dãy số như thế nào? 4. Tổng này có gì đặc biệt, đã có cách tính chưa? - Từ đó, giáo viên giới thiệu khái niệm về cấp số nhân lùi vô hạn.	- Trả lời các câu hỏi gợi ý của giáo viên để cuối cùng được kết quả diện tích phần cần tính chính là: $S=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+....$ - Nắm bắt các đặc trưng của một cấp số nhân lùi vô hạn, biết đưa ra ví dụ và nhận dạng được đâu là một cấp số nhân lùi vô hạn.

Hoạt động 2. Khám phá cách tính tổng của cấp sô nhân lùi vô hạn

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN	HOẠT ĐỘNG CỦA HỌC SINH
- Giáo viên vẽ lại hình vuông đã được tô màu như sau, trong đó phần hình vuông được tô màu có màu trắng. *Câu hỏi: Dựa vào hình vẽ để phán đoán kết quả của tổng S.*  - Giáo viên có thể đưa ra thêm một số hình ảnh khác để học sinh quan sát thêm nếu chưa đưa ra được phán đoán (Hình 9a). - Trường hợp tổng quát, tổng S được tính như thế nào? - Giáo viên cho học sinh thảo luận theo nhóm để đưa ra phán đoán của riêng mình, sau đó có thể chiếu Hình 10 để học sinh tham khảo và kiểm nghiệm lại bằng các quy tắc tính giới hạn như ở Sách giáo khoa. - Cho học sinh quay lại giải thích nghịch lí Zenon đã được đưa ra lúc đầu.	- Quan sát hình ảnh, đưa ra phán đoán $S=\frac{1}{3}$. - Làm việc theo nhóm, dựa vào kiến thức vừa có để tiếp tục đưa ra phán đoán, giả thuyết mới. Sau đó cùng nhau kiểm nghiệm bằng các quy tắc giới hạn, ghi nhớ kết quả. - Từ kết quả vừa có, áp dụng để giải thích nghịch lí Zenon.

Như vậy với các hoạt động được thiết kế ở trên, học sinh có thể tự mình khám phá, kiểm nghiệm, ghi nhớ kết quả tổng của một cấp số nhân lùi vô hạn một cách rất trực quan, gần gũi, hấp dẫn, lí thú. Học sinh được phát triển tư duy sáng tạo, các năng lực giải quyết vấn đề, giao tiếp toán học, xây dựng giả thuyết, suy luận,... Nếu giáo viên không sử dụng hình ảnh trực quan để hỗ trợ dạy học các tính chất này thì học sinh sẽ tiếp thu kiến thức một cách thụ động, bị áp đặt, không phát triển được các năng lực cần thiết đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục hiện nay.

5. Kết luận

Bài báo đã trình bày một số ví dụ nhằm định hướng phát triển năng lực nghiệp vụ sư phạm cho giáo viên toán THPT trong việc sử dụng hình ảnh trực quan để hỗ trợ dạy học các tính chất số học theo định hướng của lí thuyết kiến tạo. Sử dụng hình ảnh trực quan nói chung trong dạy-học các khái niệm toán đã thực sự hỗ trợ học sinh trong việc kiến tạo kiến thức của mình.

Biểu diễn trực quan đóng vai trò trung gian nối kết biểu diễn thực tế với biểu diễn kí hiệu. Khi giáo viên sử dụng những hình ảnh trực quan trong giảng dạy sẽ kích thích học sinh chủ động chiếm lĩnh tri thức, học sinh có thể nắm bắt tốt hơn các khái niệm toán học và có thể đi từ nhận biết sự vật sang hiểu nó. *"Biểu diễn trực quan không còn được xem như chỉ dành cho mục đích minh họa mà còn được thừa nhận như một thành phần chính của suy luận... Nó hỗ trợ quá trình giải quyết vấn đề và ngay cả chứng minh"* [8].

Hiện nay, chương trình toán bậc trung học của chúng ta đặt trọng tâm vào kiến thức toán học dựa trên những kí hiệu. Những suy luận suy diễn để đi đến kết quả thường dựa trên suy luận logic hình thức và mang nặng tính kí hiệu. Vì vậy việc nghiên cứu để biểu diễn trực quan các vấn đề toán học là cần thiết để có thể áp dụng một cách có hiệu quả vào trong lớp học toán bậc trung học.

Tài liệu tham khảo

[1] Alsina, C. & Nelsen, B. R. (2006). *Math made visual: Creating images for understanding Mathematics*. The Mathematical Association of America, USA.

[2] Bicknell, M. & Hoggatt, V. E. Jr, eds. (1972). A Primer for the Fibonacci Numbers. *The Fibonacci Association*, San Jose.

[3] Biggs, J. B. & Collis, K. (1982). Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy. *Academic Press*, New York.

[4] Conway, H. J. & Guy, R. (1996). *The Book of Number*. Copernicus, NewYork.

[5] Gardener, M. (1973). Mathematical game. *Scientific American*, 229, 4, 115.

[6] Nelsen, B. R. (2000). Proofs without words II: More exercises in visual thinking. *The Mathematical Association of America*, USA.

[7] Richards, I. (1984). Sum of integers. *Mathematics magazine*, 57, 2, 104.

[8] Trần Vui (2017). *Từ các lý thuyết học đến thực hành trong giáo dục Toán*. NXB Đại học Huế.

[9] Trần Văn Hạo (Tổng chủ biên) (2007). *Đại số và giải tích 11*. NXB Giáo dục.

[10] Von Glasersfeld, E. (1989). Constructivism in Education. *In T. Husen & N. Postlethwaite (Eds.), International Encyclopedia of Education (Supplementary*, 162-163. Oxford: Pergamon.

DEVELOPING PROFESSIONAL PEDAGOGICAL CAPACITY FOR HIGH SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS THROUGH THE USE OF VISUAL IMAGES IN TEACHING UNDER THE DIRECTION OF THE CONSTRUCTIVISM THEORY

Abstract: Learner-oriented and learner-centered teaching is a key argument in many modern teaching theories. One of the characteristics that reflects the nature of the constructivism theory is the idea that knowledge is actively built up by the cognitive subject and not passively acquired from the outside surrounding.

In line with current trends, many mathematicians have taken interest in using visual images to facilitate the teaching and learning of mathematics in order to activate students' activities of exploring and constructing knowledge and to enhance their creative thinking capacity. This article presents ways to use areas of plane figures, lengths of line segments and iterative procedures to represent numbers, thereby assisting the teaching of mathematical properties under the direction of the constructivism theory for the purpose of meeting the requirements of the fundamental and comprehensive reform of education and training as well as the demands of industrialization and modernization in the context of the socialist-oriented market economy and international integration.

Key words: professional pedagogical capacity; maths teacher; visual images; teaching and learning; constructivism theory.