

## SƠ ĐỒ TẠO TRẠNG THÁI NÉN BỐT PHOTON HAI MODE

Nguyễn Thị Xuân Hoài<sup>a\*</sup>, Dương Thảo My<sup>a</sup>, Nguyễn Thị Lộc<sup>a</sup>

Nhận bài:

25 – 05 – 2016

Chấp nhận đăng:

09 – 09 – 2016

<http://jshe.ued.udn.vn/>

**Tóm tắt:** Tăng cường độ rối của trạng thái rối gần đây nổi lên như một vấn đề hấp dẫn bởi đó là giải pháp đầu tiên để hiện thực hóa lý thuyết thông tin lượng tử. Một trong những giải pháp cho vấn đề này là bốt photon ra khỏi trạng thái nén hai mode. Chúng tôi tiếp tục phát triển hướng nghiên cứu này bằng cách đưa ra và phân tích sơ đồ tạo trạng thái nén bốt photon hai mode sử dụng thiết bị tách chùm kết hợp với phép đo điều kiện trên máy đếm photon. Tính khả thi của sơ đồ sẽ được kiểm tra thông qua việc khảo sát độ tin cậy của trạng thái tạo thành so với trạng thái lý thuyết mong muốn. Hơn nữa, xác suất thành công tương ứng cũng được đánh giá trong mối tương quan với độ tin cậy nhằm đưa ra sự định hướng cho thực nghiệm về việc lựa chọn các thông số của thiết bị một cách thích hợp.

**Từ khóa:** bốt photon; độ tin cậy; xác suất thành công; thiết bị tách chùm; bộ chuyển đổi tham số không suy biến; máy đếm photon.

## 1. Giới thiệu

Gần đây, thông tin lượng tử nổi lên như một lĩnh vực nghiên cứu hấp dẫn và đầy tiềm năng. Bằng cách vận dụng các quy luật lượng tử vào quá trình mã hoá và xử lý thông tin, lý thuyết thông tin lượng tử đã đưa ra một giải pháp tuyệt đối cho việc bảo mật thông tin (Braunstein, Peter, 2005). Chìa khóa của giải pháp bảo mật này là các trạng thái rối – trạng thái mà giữa các mode của chúng tồn tại một mối tương quan nào đó. Cụ thể, trong quá trình viễn chuyển lượng tử - một trong các quá trình nổi bật nhất của thông tin lượng tử, trạng thái mang thông tin bị hủy ở nơi này để rồi được khôi phục ở nơi khác một cách chính xác và bảo mật tuyệt đối mà không cần truyền trực tiếp trạng thái vật lý mang thông tin (Vaidman 1994). Điều kiện tiên quyết cho cách xử lý thông tin kiểu này là người gửi và người nhận phải chia sẻ với nhau một trạng thái rối lý tưởng. Thật không may, trạng thái rối tạo được trên thực tế có độ rối hữu hạn, dẫn đến thí nghiệm về viễn chuyển lượng tử mặc dù đảm bảo được tính bảo mật nhưng độ chính xác của thông tin rất thấp (Furusawa và các cộng

sự, 1998). Như vậy, để đưa lý thuyết thông tin lượng tử đến gần với thực tế hơn thì việc đầu tiên cần phải giải quyết là tìm cách cải thiện độ rối của các trạng thái rối. Một số nghiên cứu gần đây đã chỉ ra rằng có thể cải thiện đáng kể độ rối của trạng thái nén hai mode - một trạng thái rối đã tạo được bằng thực nghiệm nhưng bị giới hạn về độ rối - bằng cách bốt photon ra khỏi trạng thái này (Opatrny, 2000; Cochrane, Ralph, Milburn, 2002). Chúng tôi tiếp tục hướng nghiên cứu này bằng cách đưa ra và phân tích sơ đồ tạo trạng thái nén bốt photon hai mode dựa trên kỹ thuật bốt photon - một kỹ thuật tạo trạng thái đã được thí nghiệm thành công (Wenger và các cộng sự, 2004). Ở đây, chúng tôi tập trung vào việc làm thế nào để bốt một lượng photon mong muốn ra khỏi trạng thái nén hai mode. Sau đó đưa ra các biểu thức tính độ tin cậy của trạng thái tạo được so với trạng thái mong muốn cũng như xác suất thành công của quá trình tạo trạng thái. Dựa trên các kết quả giải tích này, việc tính số sẽ được thực hiện để phân tích tính khả thi cũng như điều kiện để tạo được trạng thái này trên thực tế.

## 2. Trạng thái nén bốt photon hai mode

Trong quang lượng tử, trạng thái chân không nén hai mode có dạng (Fox M., 2006)

$$|\eta\rangle_{ab} = S_{ab}(\eta)|0,0\rangle_{ab}, \quad (1)$$

<sup>a</sup> Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng

\* Liên hệ tác giả

Nguyễn Thị Xuân Hoài

Email: ntxhoai@ued.udn.vn

trong đó

$$S_{ab}(\eta) = \exp(\eta^* ab - \eta a^+ b^+) \quad (2)$$

là toán tử nén hai mode với  $\eta = r e^{i\theta}$  được biết như là tham số nén phức,  $a^+$  ( $a$ ) và  $b^+$  ( $b$ ) tương ứng và toán tử sinh (hủy) của mode  $a$  và  $b$ ; và  $|0,0\rangle_{ab}$  là trạng thái không có photon nào ở hai mode  $a$  và  $b$ . Tác dụng các toán tử hủy photon lên cả hai mode của trạng thái này cho ta trạng thái được gọi là nén bớt photon hai mode

$$|m, n, \eta\rangle_{ab} = N_{mn}(\eta) a^m b^n |0,0\rangle_{ab}, \quad (3)$$

trong đó

$$N_{mn}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{C_{mn}(\eta)}} \quad (4)$$

với

$$C_{mn}(\eta) = {}_{ab}\langle \eta | b^{+n} a^{+m} a^m b^n | \eta \rangle_{ab}. \quad (5)$$

Sử dụng các đồng nhất thức

$$S_{ab}^+ a S_{ab} = a \cosh r - a^+ e^{i\theta} \sinh r, \quad (6)$$

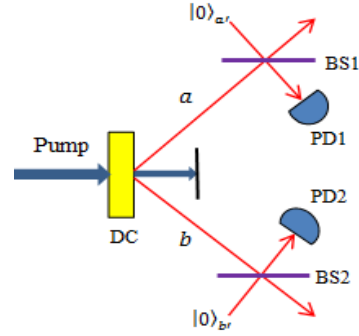
$$S_{ab}^+ a^+ S_{ab} = a^+ \cosh r - a e^{-i\theta} \sinh r, \quad (7)$$

ta tìm được hệ số  $C_{mn}(\eta)$  thuận tiện cho việc tính số như sau:

$$C_{mn}(\eta) = m! n! \times \sum_{j=0}^{\min(m,n)} \frac{(\sinh r)^{2(m+n-j)} (\cosh r)^{2j}}{j!^2 (m-j)! (n-j)!}. \quad (8)$$

Trước khi thảo luận về cách tạo trạng thái nén bớt photon hai mode, ta cũng cần lưu ý một chút về thuật ngữ “bớt photon” được dùng để đặt tên cho trạng thái để tránh sự nhầm lẫn về ý nghĩa của cụm từ này. Ở đây, “bớt photon” không phải là làm thế nào để làm giảm số lượng photon trung bình của trạng thái mà là cách dùng để chỉ tác dụng của toán tử hủy photon. Và vì vậy, các cụm từ tương tự có thể xuất hiện trong bài viết này phải được hiểu một cách tương ứng, chẳng hạn như “bớt  $m$  photon ra khỏi trạng thái” nghĩa tác dụng  $m$  lần toán tử hủy lên trạng thái đó, còn “bớt càng nhiều photon” được dùng để chỉ việc tăng số lần tác dụng của toán tử hủy photon.

### 3. Tạo trạng thái nén bớt photon hai mode



**Hình 1.** Sơ đồ tạo trạng thái nén bớt photon hai mode sử dụng thiết bị tách chùm

Dựa trên kỹ thuật bớt photon sử dụng thiết bị tách chùm đã được thí nghiệm thành công bởi Jérôme Wenger và các cộng sự (Wenger và các cộng sự, 2004), chúng tôi đưa ra sơ đồ tạo trạng thái nén bớt photon hai mode như trong Hình 1: DC ký hiệu cho bộ chuyển đổi tham số suy biến được dùng để tạo trạng thái nén hai mode; các thiết bị tách chùm BS1 và BS2 kết hợp với các máy đếm photon PD1 và PD2 một cách tương ứng mô phỏng cho tác dụng của toán tử hủy photon  $a^m$  và  $b^n$  lên trạng thái nén. Cụ thể, mode  $a$  của trạng thái nén được đưa vào thiết bị tách chùm BS1. Cơ chế hoạt động của thiết bị tách chùm có thể được đơn giản hóa tương tự như gương bán mạ, tức khi một tia sáng đi vào thiết bị tách chùm, một phần sẽ truyền qua còn một phần sẽ bị phản xạ với tỉ lệ nhất định nào đó phụ thuộc vào hệ số truyền qua  $t$  của thiết bị. Sau thiết bị tách chùm, ta đặt máy đếm photon PD1 để đếm số photon ra khỏi thiết bị tách chùm theo phương truyền thẳng của trạng thái không có photon nào  $|0\rangle_{a'}$ . Như vậy, nếu PD1 đếm được  $m$  photon có nghĩa là trạng thái ra còn lại của thiết bị tách chùm đã bị mất bớt đi  $m$  photon, tức là mode  $a$  đã chịu tác dụng của toán tử  $a^m$ . Lập luận tương tự cho mode  $b$  và hệ quả là khi đồng thời PD1 đếm được  $m$  photon và PD2 đếm được  $n$  photon thì trạng thái tạo thành từ sơ đồ ở Hình 1 được kỳ vọng là trạng thái nén bớt photon hai mode.

Để kiểm chứng cho lập luận trên, chúng tôi đưa ra biểu thức toán học của trạng thái tạo thành sử dụng các phương pháp lý thuyết thường dùng trong quang lượng tử. Kết quả tính toán cho thấy, khi các kết quả đo của PD1 và PD2 thỏa mãn điều kiện như đã phân tích ở trên

thì trạng thái đầu ra đã chuẩn hóa tại hai mode  $a$  và  $b$  của sơ đồ ở Hình 1 là

$$|\psi\rangle_{ab} = \frac{|\psi'\rangle_{ab}}{\sqrt{{}_{ab}\langle\psi'|\psi'\rangle_{ab}}}, \quad (9)$$

trong đó

$$|\psi'\rangle_{ab} = \frac{(1-t^2)^{\frac{m+n}{2}}}{t^{m+n}\sqrt{m!n!}} t^{a^+a} a^m t^{b^+b} b^n |\eta\rangle_{ab} \quad (10)$$

với  $I$  là hệ số truyền qua của thiết bị tách chùm. Như vậy, theo phương trình (10), hiệu ứng của BS1 và BS2 trong Hình 1 cùng với điều kiện PD1 đếm được  $I$  photon và PD2 đếm được  $I$  photon tương đương với tác dụng của  $I.I. t^{a^+a} a^m t^{b^+b}$  lên trạng thái  $I.I. |$ . Do vậy, một cách hình thức có thể nói rằng trạng thái bớt photon mong đợi sẽ đạt được nếu  $I.I.t$ . Tuy nhiên, suy luận toán học này không được chấp nhận vì  $I.I.t$  đồng nghĩa với chẳng có gì xảy ra trên thiết bị tách chùm và trạng thái vẫn giữ nguyên là chính nó. Như vậy, những gì chúng ta mong đợi chỉ là trạng thái gần đúng với trạng thái nên bớt photon hai mode lý thuyết khi  $I$  dần đến 1 và vấn đề đặt ra là với điều kiện nào thì trạng thái tạo thành được chấp nhận gần như là trạng thái mong muốn. Muốn vậy ta cần tìm mức độ chồng phủ nhau giữa trạng thái tạo thành từ sơ đồ 1 với trạng thái được định nghĩa trong phương trình (3) thông qua độ tin cậy được định nghĩa

$$F = |{}_{ab}\langle\psi|m,n,\eta\rangle_{ab}|^2. \quad (11)$$

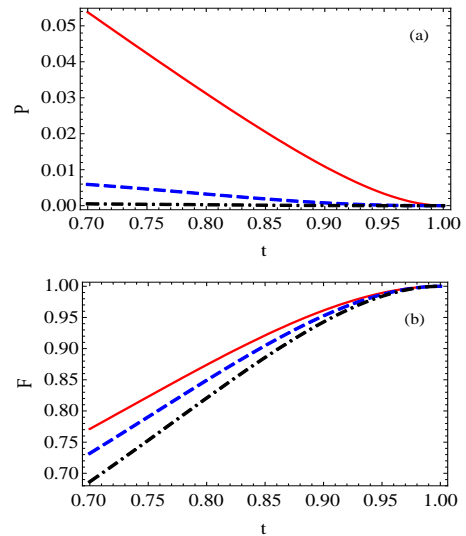
Mức độ chồng phủ này, tức độ tin cậy  $F$ , cho ta biết mức độ giống nhau giữa trạng thái tạo được và trạng thái mong muốn. Giá trị lớn nhất của độ tin cậy  $F$  là 1, khi đó trạng thái thu được chính xác là trạng thái mong muốn. Bên cạnh đó, quá trình tạo trạng thái được mô tả trong sơ đồ ở Hình 1 là quá trình có điều kiện nên chúng ta cũng cần phải quan tâm đến xác suất thu được trạng thái  $P = {}_{ab}\langle\psi'|\psi'\rangle_{ab}$ .

Sử dụng kết quả thu được từ phương trình (10) vào định nghĩa của  $P$  và  $F$  chúng tôi tìm được

$$F = \left( \sum_{k=\max\{m,n\}}^{\infty} \frac{\text{sech } r (\tanh r)^{2k} k!^2 t^{2k}}{m!n!(k-m)!(k-n)!} \right)^2 \times \left( \sum_{j=0}^{\min\{m,n\}} \frac{(\sinh r)^{2(m+n-j)} (\cosh r)^{2j}}{j!^2 (m-j)!(n-j)!} \right)^{-1} \times \left( \sum_{k=\max\{m,n\}}^{\infty} \frac{(\tanh r)^{2k} k!^2 t^{4k}}{(k-m)!(k-n)!} \right)^{-1} \quad (12)$$

và

$$P = \frac{(1-t^2)^{m+n}}{m!n!t^{2(m+n)}} (\text{sech } r)^2 \sum_{k=\max\{m,n\}}^{\infty} \frac{(k!)^2 (\tanh r)^{2k} t^{4k}}{(k-m)!(k-n)!}. \quad (13)$$



**Hình 2.** Sự phụ thuộc của xác suất thành công  $P$  (Hình a) và độ tin cậy  $F$  (Hình b) vào hệ số truyền qua  $t$  của các thiết bị tách chùm BS1 và BS2 ứng với các cặp  $\{m,n\}=\{1,1\}$  (đường nét liền),  $\{1,2\}$  (đường nét đứt),  $\{1,3\}$  (đường gạch - chấm)

Kết quả tính số của độ tin cậy  $F$  (phương trình (12)) và xác suất thành công tương ứng  $P$  (phương trình (13)) được minh họa trên Hình 2 cho vài bộ giá trị của  $\{m,n\}$ . Như được kỳ vọng, những gì thể hiện trên đồ thị của  $F$  theo  $t$  chứng tỏ rằng mặc dù độ tin cậy không bao giờ bằng 1 nhưng nó luôn tăng theo  $t$  và tiệm cận đến

1 khi  $t \rightarrow 1$ . Tuy nhiên, đáng điệu của đường cong vẽ  $P$  theo  $t$  cho ta cái giá phải trả là sự giảm của xác suất thành công khi tăng  $t$ . Hơn nữa, với giá trị cho trước của  $r$ , cả độ tin cậy và xác suất thành công đều giảm khi tăng  $m$  hoặc/ và  $n$ . Điều đó cho thấy, về mặt thực nghiệm, bớt càng nhiều photon gặp càng nhiều thách thức, ngay cả khi nếu thành công thì cái giá phải trả là giảm độ tin cậy.

#### 4. Kết luận

Tóm lại, chúng tôi đã đưa ra sơ đồ khả dĩ để tạo trạng nén bớt photon hai mode – một trạng thái đã được chứng minh có khả năng tăng cường độ tin cậy của các quá trình thông tin lượng tử nhờ độ rối của nó được cải thiện so với trạng thái nén hai mode. Chúng tôi tập trung vào việc làm thế nào để có thể bớt một số lượng photon tùy ý ra khỏi các mode của trạng thái nén sử dụng thiết bị tách chùm kết hợp với phép đo điều kiện trên máy đếm photon. Chúng tôi đã chỉ ra rằng trạng thái tạo được là trạng thái gần đúng và độ tin cậy của nó so với trạng thái mong muốn sẽ tiệm cận đến 1 khi hệ số truyền qua  $t$  của thiết bị tách chùm dần đến 1. Tuy nhiên, cái giá phải trả là xác suất thành công giảm đến 0 khi  $t \rightarrow 1$ . Hệ quả là, trong quá trình thực nghiệm, cần phải lựa chọn các thông số của thiết bị thích hợp để tạo được trạng thái không quá

khác so với trạng thái mong muốn nhưng cũng không phải đợi quá lâu để thu được nó.

#### Tài liệu tham khảo

- [1] Braunstein S.L. et Peter van Loock (2005), Quantum information with continuous variables, *Review of Modern Physics*, 77, 2, tr.513-578.
- [2] Cochrane P.T., Ralph T.C. et Milburn G. J. (2002), Teleportation improvement by conditional measurements on the two-mode squeezed vacuum, *Physical Review A*, 65, 6, tr.062306.
- [3] Furusawa A., Sorensen J.L., Braunstein S.L., Fuchs C.A., Kimble H.J. et Polzik E.S. (1998), Unconditional quantum teleportation, *Science*, 282, 5389, tr.706-709.
- [4] Gerry C. and Knight. P (2005), Introductory quantum optics, *Nhà xuất bản Đại học Cambridge*, tr.182-188.
- [5] Opatrny T., Kurizki G. et Welsch D.G. (2000), Improvement on teleportation of continuous variables by photon subtraction via conditional measurement, *Physical Review A*, 61, 3, tr.032302.
- [6] Vaidman L. (1994). Teleportation of quantum states, *Physics Review A*, 49, 2, tr.1473-1476.
- [7] Wenger J., Tualle-Brouri R. et Grangier P. (2004), Non-Gaussian statistics from individual pulses of squeezed light, *Physical Review Letters*, 92, 15, tr.153601.

### A DIAGRAM TO GENERATE TWO-MODE PHOTON-SUBTRACTED SQUEEZED STATES

**Abstract:** Recently, entanglement level improvement in an entangled state has emerged as a fascinating topic, for it is the first solution to the realization of the quantum information theory. One solution to this problem is to subtract photons from a two-mode squeezed state. In this article, we continue to develop this approach by proposing and analyzing a diagram for the two-mode photon-subtracted squeezed state using beam splitters combined with a condition measurement from photon-detectors. The feasibility of the diagram is to be checked through an investigation into the reliability of the generated state relative to the desired state. Moreover, the corresponding success probability is also evaluated in correlation with the reliability in order to give directions for experimenting proper choices of equipment parameters.

**Key words:** photon subtraction; fidelity; success probability; beam-splitter; nondegenerate parametric downconverter; photodetector.