RÈN LUYỆN NĂNG LỰC TỔ CHỨC TRI THỨC TIẾN HÀNH CÁC HOẠT ĐỘNG CHIẾM LĨNH KIẾN THỨC CHO HỌC SINH THÔNG QUA DẠY HỌC GIẢI BÀI TOÁN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

TRAINING STUDENT'S ABILITY OF ORGANIZING KNOWLEDGE FOR IMPLEMENTING ACTIVITIES OF OCCUPYING KNOWLEDGE THROUGH TEACHING SOLVING SOLID GEOMETRY PROBLEMS

Đào Tam
Hội Toán học Nghệ An
Email: daotam32@gmail.com

Nguyễn Chiến Thắng
Trường Đại học Vinh
Email: ncthang2009@gmail.com

Phạm Thị Hải
Trường THPT Quỳnh Lưu 3

TÓM TẮT

Tổ chức tri thức tiến hành các hoạt động chiếm lĩnh kiến thức đóng vai trò quan trọng trong dạy học toán nói chung, dạy học giải toán hình học nói riêng, đặc biệt là hình học không gian (HHKG) vì mức độ trừu tượng cao của chủ đề này. Chính vì vậy, việc rèn luyện cho học sinh (HS) năng lực tổ chức tri thức cần được chú trọng. Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra một quan niệm về năng lực này, trên cơ sở đó đề xuất các phương thức cơ bản để rèn luyện thông qua dạy học giải bài tập HHKG.

Từ khóa: Năng lực; tổ chức tri thức; bài tập; hình học không gian

ABSTRACT

Organizing knowledge for implementing activities of occupying knowledge takes an important role in teaching maths in general, in teaching geometry in particular, especially solid geometry because of high abstract level of this subject. Therefore, training student's ability of organizing knowledge need be attached special importance to. In the paper, we give a concept of this ability, from which we propose basic ways to train through teaching to solve solid geometry problems.

Key words: Ability; organize knowledge; problems; solid geometry

1. Đặt vấn đề

Trong giai đoạn hiện nay việc tổ chức dạy học theo quan điểm hiện đại đã từng bước được tiến hành có hiệu quả ở trường phổ thông (PT). Tuy nhiên, thực tế của việc dạy, học toán ở các trường PT cho thấy việc triển khai dạy học để HS học tập trong hoạt động còn gặp những khó khăn chủ yếu sau:

- Khó khăn thể hiện trong việc điều khiển HS tư duy, làm bộc lộ các đối tượng mang tính nhu cầu hướng dẫn và điều chỉnh hoạt động của HS trong quá trình biến đổi đối tượng, chiếm lĩnh kiến thức.

- Tuy rằng sách giáo khoa ở trường PT đã lựa chọn các đối tượng chứa đựng các nhu cầu cho hoạt động của HS nhận thức các khái niệm, các định lý, các quy tắc cũng như các hoạt động củng cố khắc sâu chúng thông qua đề xuất hệ thống các bài toán, các câu hỏi, các nhiệm vụ học tập với tư cách là các đối tượng của hoạt động nhưng chưa phải là các đối tượng hướng dẫn, điều chỉnh hoạt động. Những đối tượng hướng dẫn, điều chỉnh hoạt động chính là những đối tượng toán học, các quan hệ giữa chúng ẩn chứa trong các bài toán, các câu hỏi, hoạt động của HS cần phải làm phát lộ ra, biến đổi chúng trong quá trình chiếm lĩnh kiến thức mới. Việc nhận thức những vấn đề nêu trên là khó khăn đối với giáo viên.

Từ thực tiễn dạy học toán ở trường PT, đặc biệt là dạy học giải bài toán HHKG, cho thấy rằng tuỳ thuộc vào cách tổ chức lựa chọn các tri thức tương thích với việc giải quyết một vấn đề toán học nói chung, giải các bài toán HHKG nói riêng, HS có các cách phát triển đối tượng tương ứng và từ đó có các hoạt động thích hợp nhằm biến đổi các đối tượng để chiếm lĩnh các kiến thức mới.

2. Giải quyết vấn đề

- Nghiên cứu lí luận.

- Đề xuất quan niệm về *Năng lực tổ chức tri thức tiến hành các hoạt động chiếm lĩnh kiến thức.*

- Xây dựng một số phương thức cơ bản

rèn luyện năng lực tổ chức tri thức trong dạy học HHKG ở trường PT.

- Thử nghiệm sư phạm.

3. Kết quả nghiên cứu và bình luận

3.1. Năng lực tổ chức tri thức tiến hành các hoạt động chiếm lĩnh kiến thức

G.Polya gọi việc nhớ lại có chọn lọc các tri thức là *sự huy động*, việc làm cho chúng thích ứng với các bài toán đang giải là *sự tổ chức*. Sau khi lấy ra, tách ra từ trí nhớ những yếu tố có liên quan đến bài toán, người học sẽ tiến hành chắp nối những yếu tố ấy lại với nhau làm cho chúng thích ứng với bài toán, đó là người học đã tiến hành *tổ chức tri thức*. Vì vậy tổ chức tri thức là một hoạt động trí tuệ. Hoạt động tổ chức tri thức bao hàm trong nó các thao tác *bổ sung* và *nhóm lại* [1]. Bổ sung là trong quá trình giải, những yếu tố mới được huy động làm phong phú thêm hay lấp chỗ trống cho những tri thức đã huy động ban đầu, giúp người học càng hiểu đầy đủ hơn bài toán. Còn nhóm lại là việc thay đổi cách nhìn nhận các yếu tố của bài toán, xem xét chúng trong những mối liên hệ khác. Chẳng hạn, tỉ lệ giữa các đoạn thẳng trong không gian có thể xem xét chúng trong mối liên hệ giữa tam giác đồng dạng cũng có thể xem xét chúng trong mối liên hệ của định lí Talet.

Năng lực tổ chức tri thức tiến hành các hoạt động chiếm lĩnh kiến thức là một trong những năng lực đối với việc học tập toán, theo chúng tôi đó là *tổ hợp những đặc điểm tâm lý của con người, đáp ứng việc nhớ lại và sắp xếp làm cho chúng thích ứng với các bài toán đang giải*.

Việc rèn luyện năng lực tổ chức tri thức là nhiệm vụ quan trọng của việc dạy và học toán vì nhờ đó HS hiểu sâu sắc kiến thức toán học ở trường PT, thấy được mối quan hệ biện chứng giữa nội dung kiến thức của từng chương, mục trong sách giáo khoa, khai thác một cách triệt để lôgic bên trong và mối quan hệ của các kiến thức toán học, đặc biệt là kiến thức hình học. Từ đó giúp HS có định hướng tốt, biết huy động một cách tốt nhất các tri thức thích ứng với bài toán, biết tìm tòi nhiều cách tổ chức tri thức khác nhau, từ đó đưa ra nhiều phương pháp giải cho bài toán.

3.2. Một số phương thức cơ bản rèn luyện năng lực tổ chức tri thức trong dạy học HHKG ở trường PT

3.2.1. Rèn luyện cho HS kỹ năng lựa chọn các nhóm tri thức liên quan tương hỗ với đối tượng, nhằm thúc đẩy chủ thể hoạt động hướng vào đối tượng, xâm nhập vào đối tượng.

Đứng trước một bài toán đặt ra sẽ có rất nhiều tri thức liên quan đến nó mà người giải đã huy động được. Tuy nhiên, với mỗi cách lựa chọn nhóm tri thức khác nhau ta có thể giải được nhiều cách khác nhau và tuỳ thuộc vào nhóm tri thức lựa chọn mà phát hiện đối tượng nhanh hay chậm. Yếu tố đã thúc đẩy việc huy động nhóm tri thức đó chính là mối quan hệ giữa các dữ kiện của bài toán với các đặc tính của phương pháp giải, các khái niệm.

Rèn luyện kỹ năng lựa chọn các nhóm tri thức liên quan là việc rèn luyện:

+ Năng lực huy động tri thức, năng lực chuyển đổi ngôn ngữ.

+ Khả năng liên tưởng, liên hệ các vấn đề, mối quan hệ giữa cái chung, cái riêng, mối quan hệ nhân quả.

+ Năng lực lập luận lôgic, lập luận có căn cứ giải quyết vấn đề đặt ra.

+ Năng lực định hướng, dự đoán và tìm tòi cách thức giải quyết vấn đề.

Một phương pháp được ứng dụng rộng rãi trong dạy học giải bài tập toán, đó là căn cứ trên những giả thuyết của bài toán để nêu lên cách thức giải quyết vấn đề. Ngay lúc bắt tay vào giải toán, HS có thể thử đoán trước điều gì sẽ xảy ra, dự đoán và định hướng những đường bao của lời giải. Đường nét ấy có thể mơ hồ, ít hoặc nhiều, thậm chí có thể không chính xác ở mức độ nào đó, nhưng thực tế những đường bao ấy không đến nỗi quá sai lệch. Tất cả những người giải toán đều xây dựng các phỏng đoán hay đề ra giả thuyết, định hướng cho lời giải, song giữa các phỏng đoán của mỗi người có khác nhau. Vì vậy, họ có những cách lựa chọn tri thức khác nhau để giải.

Dự đoán, định hướng không những giúp ta thật sự hiểu bài toán mà trong việc lựa chọn nhóm tri thức để giải còn tránh cho ta sự mò mẫm, mù quáng, trước những bài toán không vội đi vào tính toán, chứng minh ngay mà biết căn cứ vào dữ kiện và mục tiêu cần giải quyết để tổ chức tri thức một cách hợp lý nhất.

Ví dụ: (Bài 31 trang 117 sách giáo khoa Hình học nâng cao lớp 11)

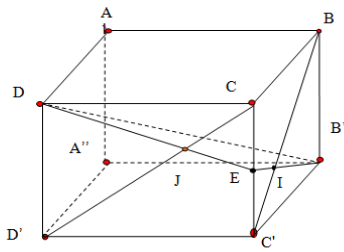
Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh là a. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BC' và CD'.

Lựa chọn các nhóm tri thức liên quan:

a) Nhóm tri thức thứ nhất

Vì BC' vuông góc với mặt phẳng (CB'A'D) nên BC' vuông góc với B'D.

Vì CD' vuông góc với mặt phẳng (AB'C'D) nên CD' vuông góc với B'D.



Hình 1

Do đó, nếu IJ là đường vuông góc chung của BC' và CD' thì IJ // B'D.

Vì thế ta có thể lựa chọn nhóm tri thức về hai đường thẳng song song, tri thức về xác định giao tuyến, tri thức về tỷ lệ thức, dẫn tới đối tượng của hoạt động là xác định I, J.

E là giao điểm của B'I và CC' nên E, J, D thẳng hàng vì ba điểm nằm trên giao tuyến của hai mặt phẳng (B'DE) và (CDD'C') (*Hình 1*).

Ta có: $\dfrac{EI}{IB'} = \dfrac{EJ}{JD}$

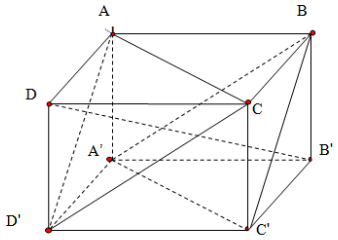
Mặt khác, $\dfrac{EI}{IB'} = \dfrac{C'E}{BB'}$, $\dfrac{EJ}{JD} = \dfrac{CE}{DD'}$

nên $\dfrac{C'E}{BB'} = \dfrac{CE}{DD'}$ suy ra E là trung điểm CC'.

Cách dựng đường vuông góc chung: Lấy E là trung điểm của CC', I là giao điểm của B'E và BC', J là giao điểm của DE và CD' nên IJ là đường vuông góc chung của BC' và CD'. Ta có:

$$\frac{IJ}{B'D} = \frac{EI}{EB'} = \frac{1}{3} \Rightarrow IJ = \frac{1}{3}B'D = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

b) Nhóm tri thức thứ hai



Hình 2

Nếu ta xem khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b là khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song tương ứng chứa hai đường thẳng đó, cần huy động tri thức về khái niệm hai mặt phẳng song song, khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song. Từ đó, đối tượng của hoạt động là xác định hai mặt phẳng song song chứa hai đường thẳng đã cho.

Khi đó, hoạt động giải bài toán trên theo cách thứ hai đó là tập trung xác định hai mặt phẳng song song chứa BC' và CD', sau đó tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng ấy.

Từ đó ta có lời giải:

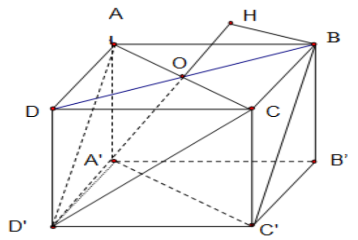
Mặt phẳng (ACD') chứa CD', mặt phẳng (BA'C') chứa BC' và (ACD') // (BA'C') nên khoảng cách giữa BC' và CD' chính là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ACD') và (BA'C'). (*Hình 2*)

Ta dễ dàng chứng minh được B'D là đường vuông góc với mặt phẳng (BA'C') tại G (trọng tâm tam giác BAC') và vuông góc với (ACD') tại G'(trọng tâm tam giác ACD')

Ta có GG' = $\dfrac{1}{3}B'D$ mà B'D = a$\sqrt{3}$

nên GG' = $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

c) Nhóm tri thức thứ 3



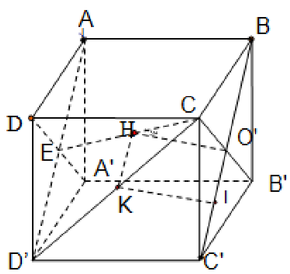
Hình 3

Nếu ta xem khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b chính là khoảng cách giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) chứa b, song song với a thì hoạt động giải bài toán trên là xác định mặt phẳng chứa CD’ và song song với BC’ (hoặc ngược lại) và tính khoảng cách giữa mặt phẳng đó và BC’. Ta cần huy động tri thức về khái niệm đường thẳng song song với mặt phẳng, tri thức về cách dựng khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng, tri thức về tính độ dài, từ đó dẫn tới xác định mặt phẳng chứa CD’ và song song với BC’ là mặt phẳng (ACD’). Nên khoảng cách giữa BC’ và CD’ là khoảng cách giữa BC’ và (ACD’). Gọi O là tâm của ABCD, trong mặt phẳng (BDD’B’) kẻ BH vuông góc với D’O. Do CO vuông góc với mặt phẳng (BDD’B’) suy ra CO vuông góc với BH. Vậy BH vuông góc với mặt phẳng (CD’A) nên độ dài BH bằng khoảng cách giữa BC’ và CD’. (*Hình 3*). Ta có:

$$S_{\Delta BDD'} = \frac{1}{2}a^2\sqrt{2};\ OD' = a\sqrt{\frac{3}{2}}$$

$$S_{\Delta BOD'} = \frac{1}{2}BH.OD' = \frac{1}{2}S_{\Delta BDD'} = \frac{\sqrt{2}}{4}a^2 \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

d) Nhóm tri thức thứ 4



Hình 4

Nếu xác định trực tiếp đường vuông góc chung thì cần huy động tri thức tương ứng là phương pháp dựng đường vuông góc chung và tri thức về tính khoảng cách. Từ đó có cách giải:

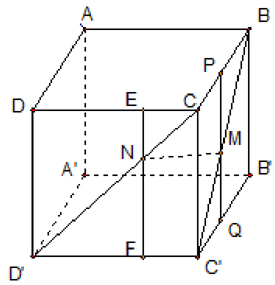
BC’ vuông góc với (B’CDA’) tại O’, hình chiếu của CD’ lên mp(B’CDA’) là CE, O’H vuông góc với CE, dựng HK // AD’ (K thuộc CD’) (*Hình 4*).

Dựng KI//O’H ($I \in BC'$).

Vậy KI chính là đường vuông góc chung. KI = O’H, ta chỉ cần tính độ dài O’H .

Vậy KI = O’H = $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

e) Nhóm tri thức thứ 5



Hình 5

Nếu dùng ngôn ngữ vectơ cần huy động tri thức về xây dựng vectơ cơ sở, tri thức vectơ (về cách biểu diễn các vectơ qua các vectơ khác, tỷ lệ các vectơ cùng phương, tích vô hướng của các vectơ…).

Giả sử MN là đường vuông góc chung của BC’ và CD’ (M thuộc BC’, N thuộc CD’), ta cần tìm vị trí của M trên BC’, N trên CD’ (*Hình 5*)

Đặt C’M = x ($0 \le x \le a\sqrt{2}$)

NC = y ($0 \le y \le a\sqrt{2}$)

Đặt $\overrightarrow{BA} = \vec{a}; \overrightarrow{BC} = \vec{b}; \overrightarrow{BB'} = \vec{c}$. Ta có: $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$ và $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đôi một vuông góc.

Kẻ PQ qua M và song song với CC’, EF qua N và song song với CC’.

Ta có :

$$\frac{CN}{CD'} = \frac{CE}{CD} \Rightarrow CE = C'F = EN = \frac{y}{\sqrt{2}},$$

DE = NF = FD’ = $a - \dfrac{y}{\sqrt{2}}$.

Tương tự ta có: C’Q = MQ = CP = $\frac{x}{\sqrt{2}}$,

B’Q = BP = MP = $a-\frac{x}{\sqrt{2}}$

$\overrightarrow{CD'}=\vec{c}+\vec{a}$, $\overrightarrow{BC'}=\vec{b}+\vec{c}$,

$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CN}$

Mặt khác, ta có :

$$\overrightarrow{MB}=\frac{a\sqrt{2}-x}{a\sqrt{2}}\overrightarrow{C'B}=\frac{a\sqrt{2}-x}{a\sqrt{2}}(-\vec{c}-\vec{b})$$

Vậy: $\overrightarrow{MN}=\frac{y}{a\sqrt{2}}\vec{a}+\frac{x}{a\sqrt{2}}\vec{b}+\frac{y-a\sqrt{2}+x}{a\sqrt{2}}\vec{c}$

Do $MN\perp BC'\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BC'}=0$

$\Leftrightarrow 2x+y=a\sqrt{2}$ (1)

$MN\perp CD'\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\overrightarrow{CD'}=0\Leftrightarrow 2y+x=a\sqrt{2}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $x=y=\frac{a\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow C'M=CN=\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Vậy $MN=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

3.2.2. Luyện tập cho HS kĩ năng biến đổi các đối tượng của hoạt động thành các đối tượng mới tương đương liên quan tới các kiến thức đã có, dễ dàng lựa chọn các nhóm tri thức giúp chủ thể hoạt động hướng vào đối tượng có hiệu quả.

Khi giải một bài toán, nhiều lúc ta phải tìm cách đưa bài toán phải giải về một bài toán đơn giản hơn, dễ huy động tri thức hơn, sao cho nếu giải được bài toán này thì sẽ giải được bài toán đã cho nhờ áp dụng kết quả hoặc phương pháp giải bài toán đơn giản đó. G.Polya đã từng nói: “Thực tế khó mà đề ra được một bài toán hoàn toàn mới, không giống chút nào với bài toán khác, hay không có điểm chung nào với các bài toán trước đây đã giải. Nếu có bài toán như vậy nó vị tất đã giải được”.

Thật vậy, khi giải một bài toán, ta luôn luôn phải lợi dụng những bài toán đã giải, dùng kết quả, phương pháp hay kinh nghiệm có được khi giải bài toán đó. Hơn nữa, trong hình học có rất nhiều hình có mối quan hệ gắn bó với nhau, chẳng hạn tam giác là bộ phận của hình bình hành; tứ diện là bộ phận của hình hộp… Nhiều tính chất hình học có mối quan hệ chặt chẽ với nhau giữa hình học phẳng và HHKG; hình học cao cấp và HHKG…

Vì vậy, ta hoàn toàn có thể biến đổi đối tượng thành các đối tượng mới dễ dàng lựa chọn các nhóm tri thức hơn. Để thực hiện phương thức trên chúng ta có thể sử dụng các phương pháp sau: liên hệ với hình học phẳng; tách bộ phận phẳng ra khỏi không gian; xét tương tự; biến đổi về các đối tượng mới tương đương dựa trên các bất biến; luyện tập cho HS thói quen xác định nguồn gốc tri thức phản ánh trong các đối tượng của hoạt động, từ đó giúp cho HS biết cách lựa chọn tri thức cho hoạt động của chủ thể chiếm lĩnh kiến thức.

3.2.3. Trang bị cho HS tri thức về phương pháp mở rộng và phát triển các bài toán

Đây là phương pháp phổ biến trong nghiên cứu khoa học và cũng là biện pháp rất tích cực cho việc phát triển trí tuệ của HS. Thông qua đó không chỉ rèn luyện cho HS năng lực tổ chức mà còn rèn luyện cho HS khả năng tưởng tượng, khái quát, liên hệ…, làm quen với những nghiên cứu khoa học và tri thức khoa học. Mở rộng và phát triển bài toán là chuyển từ một tập hợp đối tượng sang một tập hợp đối tượng lớn hơn, rộng hơn có liên hệ với tập hợp ban đầu bằng cách nêu bật một trong các đặc điểm chung của các phần tử của tập hợp xuất phát. Để thực hiện phương thức này ta có thể xây dựng hệ thống bài tập mở rộng và phát triển bài toán nâng cao dần mức độ khó khăn.

4. Kết luận

Qua kết quả nghiên cứu ở trên cho thấy vai trò quan trọng của tổ chức tri thức trong dạy học Toán nói chung, dạy học HHKG nói riêng. Đứng trước một bài toán HHKG, nếu HS có năng lực tổ chức tri thức tốt thì việc giải quyết và đề xuất bài toán mới trở nên thuận lợi và phong phú hơn. Dựa vào đặc thù của HHKG, đặc biệt là không có thuật giải, các phương thức được đề xuất đã góp phần rèn luyện năng lực tổ chức tri thức cho HS trong dạy học chủ đề này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Phạm Văn Hoàn, Trần Thúc Trình, Nguyễn Gia Cốc (1981), *Giáo dục học môn toán,* NXB Giáo dục.

[2] Đào Tam (2009), “Rèn luyện năng lực tổ chức tri thức tiến hành các hoạt động chiếm lĩnh kiến thức trong dạy học toán ở trường phổ thông”, *Tạp chí Giáo dục*, số 2006 (kì 1-1/2009).

[3] Đào Tam (chủ biên), Lê Hiển Dương (2008*), Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học toán ở trường đại học và trường phổ thông, NXB Đại học Sư phạm.*