

SỬ DỤNG PHẦN MỀM GEOGEBRA LÀM PHƯƠNG TIỆN TRỰC QUAN TRONG DẠY HỌC GIẢI BÀI TẬP PHÉP BIẾN HÌNH

*Trần Trung, Nguyễn Thị Thanh Tâm, Đặng Thanh Hùng**

TÓM TẮT

GeoGebra là phần mềm toán học đặc biệt được sử dụng miễn phí trên thế giới và có cả giao diện tiếng Việt. Nó kết hợp giữa môi trường hình học động, đại số động và tính toán động. Trong đó, giáo viên có thể dựng các hình hình học hay làm việc với các hàm số, đồng thời thao tác được với các biểu thức tọa độ của nó. Hơn thế nữa GeoGebra còn có khu vực nhập thông tin các đối tượng trực tiếp. Bài báo này giới thiệu việc sử dụng phần mềm toán học động GeoGebra làm phương tiện trực quan trong dạy học giúp học sinh dự đoán, chứng minh, minh họa, giới hạn và mở rộng bài toán phép biến hình ở trường phổ thông.

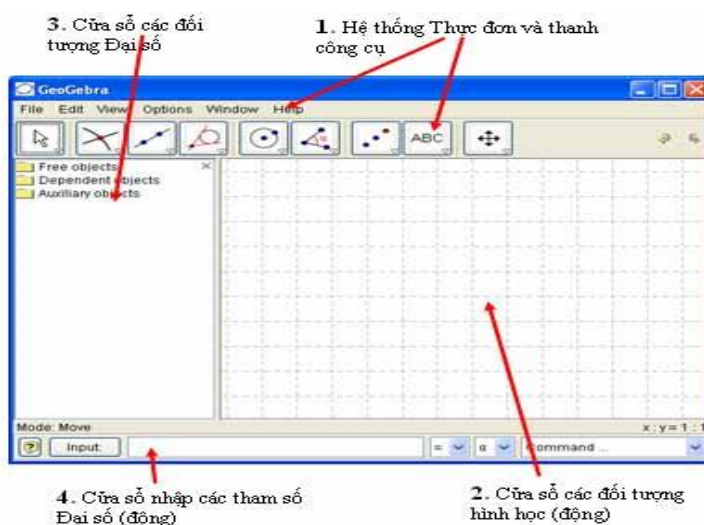
1. Mở đầu

Dạy học Toán với sự hỗ trợ của phần mềm dạy học góp phần tạo nên môi trường học tập mang tính tương tác cao, giúp học sinh (HS) học tập hiệu quả hơn, giáo viên (GV) có cơ hội tốt để xây dựng các kịch bản sư phạm phù hợp với đặc điểm nhận thức của HS, phát triển tư duy, nhân cách của HS. Hiện nay, các phần mềm hỗ trợ dạy học môn Toán khá phong phú. Trong đó, GeoGebra là một phần mềm toán học kết hợp hình học, đại số và vi tích phân. Đặc điểm nổi bật của phần mềm GeoGebra là định hướng chiến lược toán học động, hoàn toàn miễn phí với mã nguồn mở hỗ trợ nhiều ngôn ngữ trên thế giới, trong đó có Tiếng Việt. Có thể đánh giá phần mềm GeoGebra là phần mềm hình học động hiện đại và mạnh nhất hiện nay trong việc cung cấp phương tiện trực quan mang lại hiệu quả cao trong dạy học hình học cho HS.

2. Nội dung

2.1. Giới thiệu phần mềm GeoGebra

Điểm khác biệt cơ bản nhất của GeoGebra với các phần mềm khác cùng loại là phần mềm GeoGebra là phần mềm hoàn toàn miễn phí với mã nguồn mở. Màn hình làm việc chính của GeoGebra được chia thành 4 phần chính như sau:



- 1 - Khu vực thực đơn và thanh công cụ.
- 2 - Khu vực hiện các đối tượng đồ họa chính.
- 3 - Cửa sổ các đối tượng Đại số (Algebra window)
- 4 - Khu vực nhập thông tin các đối tượng trực tiếp (Input field).

Hai khu vực 1 và 2 là hoàn toàn tương tự các phần mềm như Cabri hoặc Sketchpad. Hai khu vực 3 và 4 là hoàn toàn mới trong GeoGebra và là những đặc điểm nổi bật nhất của phần mềm này so với các phần mềm cùng loại trên thị trường. Bây giờ ta quay lại khu vực 1 và 2 là những chức năng vẽ các đối tượng hình học động của phần mềm. Các lệnh, công cụ vẽ chính được mô tả trong các nút lệnh trên thanh công cụ chính của phần mềm. Cách tiếp cận của GeoGebra tương tự như phần mềm Cabri, chúng không coi các lệnh vẽ hình là các "công cụ" (tools) theo nghĩa chúng ta hiểu thuật ngữ này trong tin học. Đối với GeoGebra hay Cabri, mỗi nút lệnh sẽ là một "Chế độ làm việc" hay Mode. Khi nhấn một nút lệnh trên thanh công cụ, chúng ta đã bước vào một chế độ làm việc nào đó, trong chế độ này, người dùng chỉ có thể thực hiện được một số thao tác nhất định và làm được một số chức năng nhất định mà thôi.

2.2. Sử dụng phần mềm GeoGebra làm phương tiện trực quan trong dạy học giải bài tập phép biến hình

Phép biến hình lớp 11 Trung học phổ thông (THPT) luôn là một chủ đề khó đối với GV và HS để hình thành các khái niệm, chứng minh định lý và tìm phương pháp giải bài tập. Làm thế nào để học sinh học tập chủ đề này một cách tích cực, chủ động, sáng tạo, không những hiểu được đầy đủ bản chất khái niệm mà còn biết vận dụng một cách linh hoạt để giải toán luôn là hướng nghiên cứu, tìm tòi với nhiều GV. Dạy học giải bài tập về phép biến hình có thể thực hiện theo các bước sau:

- *Bước 1:* Tìm hiểu nội dung đề bài; chỉ ra được đâu là dữ kiện, đâu là ẩn, đâu là điều kiện ràng buộc. Vẽ hình biểu thị bài toán.

- *Bước 2:* Tìm kiếm phương hướng giải; dựa vào yêu cầu bài toán để xác định bài toán đó thuộc dạng toán nào?. Phân tích các mối tương quan của các yếu tố trong nội dung bài toán để từ đó lựa chọn được chính xác phép biến hình (mối tương quan

giữa ảnh và tạo ảnh, sự ràng buộc của ảnh và tạo ảnh...). Vận dụng các bất biến, các yếu tố xác định phép biến hình để lựa chọn phép biến hình vào giải toán.

- *Bước 3:* Lựa chọn phương hướng giải và giải theo hướng đã chọn; lựa chọn phép biến hình. Dịch từ ngôn ngữ bài toán sang ngôn ngữ phép biến hình đã chọn; trình bày lời giải bằng phép biến hình đó.

- *Bước 4:* Soạn thảo lời giải.

- *Bước 5:* Kiểm tra, đánh giá kết quả lời giải; kiểm tra cách trình bày, suy luận, cấu trúc logic; biện luận, và khái quát hóa bài toán.

Bài toán 1: Cho $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn và điểm P trên cạnh BC . Tìm trên AB điểm M , trên AC điểm N sao cho $\triangle PMN$ có chu vi nhỏ nhất.

GV tổ chức hoạt động (HĐ) nhận thức cho HS với phần mềm GeoGebra như sau:

HD 1: HS vẽ hình, suy nghĩ

Sử dụng phần mềm GeoGebra vẽ hình và dành thời gian cho học sinh suy nghĩ.

HD 2: GV hướng dẫn cách làm

Hỏi: Hãy cho biết cách tính chu vi tam giác?

TL: Chu vi của tam giác bằng tổng độ dài 3 cạnh của tam giác.

Từ đó, GV có thể hướng dẫn HS suy nghĩ lời giải của bài toán. Đối với dạng Toán này ta cần tìm các điểm sao cho tổng các đoạn thẳng nhỏ nhất, thông thường ta dùng phép đối xứng trục, phép quay, phép tịnh tiến hoặc tích của phép tịnh tiến và phép đối xứng trục để chuyển về một đường gấp khúc có hai đầu mút cố định.

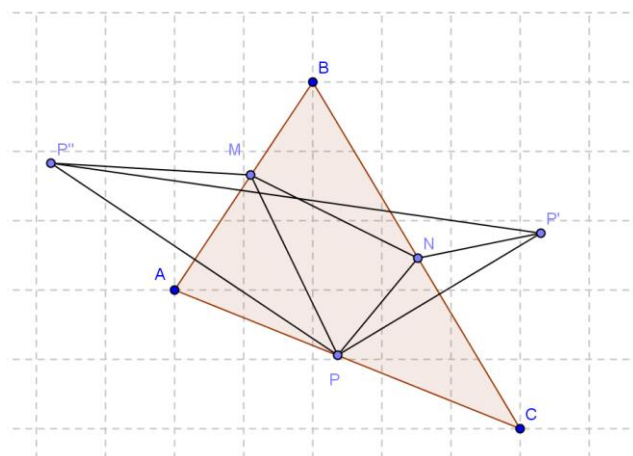
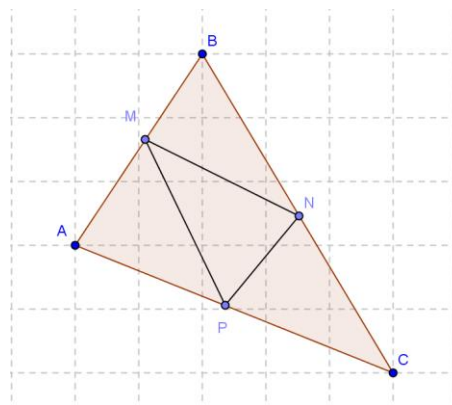
HD 3: Chọn lựa phép biến hình và tạo đường gấp khúc

Do HS làm bài tập này sau khi học xong bài phép đối xứng trục, cho nên HS sẽ nghĩ đến việc áp dụng phép đối xứng trục. Do P cố định nên HS sẽ cố gắng tạo hai đầu mút của đoạn gấp khúc chính là ảnh của P qua hai phép đối xứng trục.

Thật vậy, gọi P' và P'' là ảnh của P lần lượt qua phép đối xứng trục AC và AB khi đó chu vi $\triangle PMN$ chính bằng độ dài đoạn gấp khúc $P'MNP''$. Từ đó HS suy ra cách dựng.

HD 4: Dựng hình:

Từ những phân tích trên thì HS đi đến các bước dựng hình như sau: Thực hiện hai phép đối xứng trục



$$D_{AC}(P) = P'; D_{AB}(P) = P''.$$

Nói P' với P'' thì $M = P'P'' \cap AB$ và $N = P'P'' \cap AC$.

HD 5: Đo chu vi ΔPMN và $\Delta PM'N'$.

Trước khi HS chứng minh thì GV có thể sử dụng GeoGebra để thực hiện đo chu vi của ΔPMN với M, N có được từ cách dựng trên, đo chu vi của $\Delta PM'N'$ với M', N' lấy bất kì trên AB và AC để học sinh thấy được rằng chu vi tam giác MNP là nhỏ nhất.

Thực hiện như sau:

- Đo chu vi tam giác MNP

$$c = \text{khoangcach}[M,N] + \text{khoangcach}[P,N] + \text{khoangcach}[P,M]$$

- Cho hai điểm M', N' lần lượt trên AB và AC và tính chu vi tam giác $PM'N'$

$$c' = \text{khoangcach}[M',N'] + \text{khoangcach}[P,N'] + \text{khoangcach}[P,M']$$

- Di chuyển hai điểm M', N' và yêu cầu học sinh quan sát và so sánh giữa c và c' .

HD 6: Chứng minh

Việc chứng minh lúc này trở nên đơn giản đối với HS vì chu vi ΔPMN đưa về độ dài đường gấp khúc $P'MNP''$ và nó nhỏ nhất khi đường gấp khúc đó là một đoạn thẳng $P'P''$.

HD 7: Mở rộng Bài toán

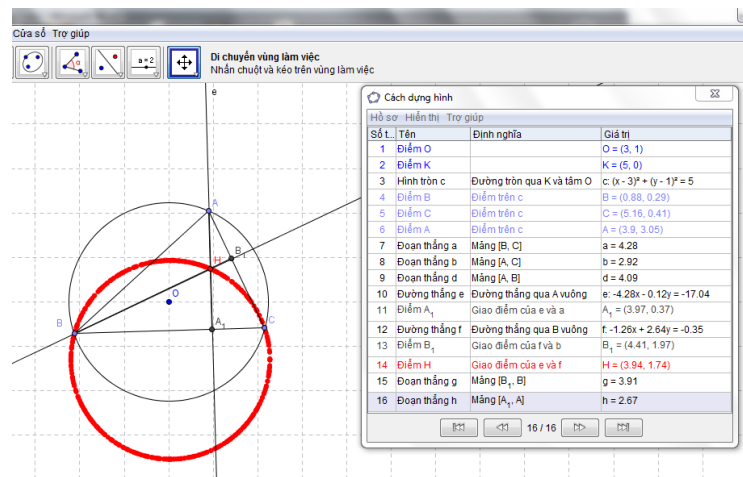
HS mở rộng bài toán khi ba điểm M, N, P bất kì trên AB, AC và BC như sau: “Cho ΔABC hãy tìm điểm $P \in BC, M \in AB, N \in AC$ sao cho ΔPMN có chu vi nhỏ nhất”.

Bài toán 2: Cho hai điểm B, C cố định trên đường tròn (O) và một điểm A thay đổi trên đường tròn đó. Tìm quỹ tích trực tâm H của ΔABC .

GV có thể tổ chức HĐ nhận thức cho học sinh với phần mềm GeoGebra như sau:

HD 1: HS vẽ hình và phân tích.

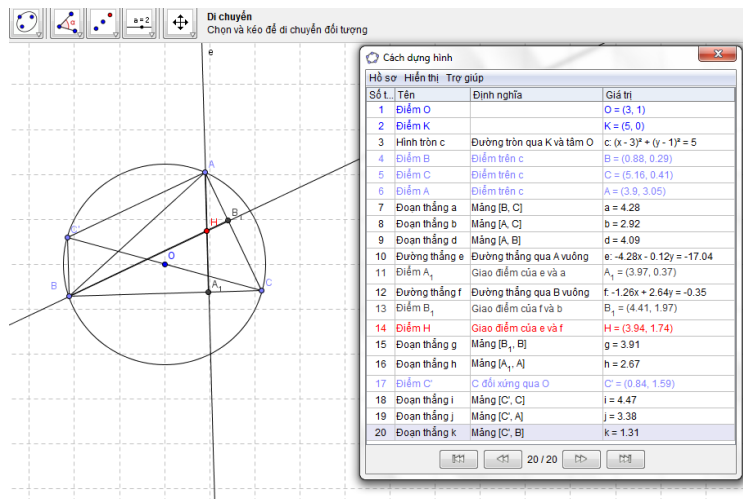
Trong bài tập này nếu HS chỉ vẽ một trường hợp của hình và phán đoán thì rất khó, hay suy luận ra quỹ tích cũng gặp khó khăn vì chỉ quan sát được hình ảnh bất động của đối tượng tại một vị trí. HS phải có khả năng tư duy, trí tưởng tượng và biết gắn kết các mối quan hệ giữa đầu vào, đầu ra với phép biến hình nào.



Để trợ giúp HS trong HĐ này thì GV có thể sử dụng GeoGebra trợ giúp bằng cách thiết kế kịch bản như thể hiện ở của sổ dựng hình; Tạo vết cho điểm H; Sau đó cho A chuyển động trên đường tròn (O). HS quan sát trên màn hình thấy vết mà điểm H để lại có hình dạng là một đường tròn và có thể bằng đường tròn (O). Từ đó HS có liên hệ đến một số phép biến hình đã học, phép biến hình nào biến đường tròn thành đường tròn bằng nó.

HĐ 2: Hướng dẫn HS kẻ đường phụ

Để nhìn nhận bài toán được rõ hơn, GV có thể gợi ý cho HS kẻ đường kính CC'. Khi có đường kính CC' thì HS tìm cách liên kết với một số điểm liên quan như nối C' với A và C' với B.



Nếu như HS vẫn còn gặp khó khăn thì GV gợi ý: trong các phép biến hình biến đường tròn thành đường tròn bằng nó thì ở đây ta dự định áp dụng phép biến hình nào? Nếu như áp dụng bằng phép tịnh tiến chẳng hạn thì ta cần tìm yếu tố gì? Từ những gợi ý trên HS tìm cách chỉ ra một véc tơ cố định mà có thể qua phép tịnh tiến véc tơ đó biến đường tròn (O) thành quỹ tích của H.

Thật vậy, do $\begin{cases} AA_1 // BC' \\ BB_1 // C'A \end{cases} \Rightarrow$ Tứ giác $AHBC'$ là hình bình hành. Suy ra

$\vec{C'B} = \vec{AH}$. Suy ra $T_{\vec{C'B}} : A \rightarrow H$; mà $A \in (O)$ từ đó suy ra $H \in (O')$.

(với (O') là ảnh của (O) qua phép tịnh tiến theo véc tơ $\vec{T}_{\vec{C'B}}$).

HD 3: GV gợi ý giúp HS có thể sử dụng phép biến hình khác: có dự đoán gì về mối liên hệ giữa hai đường tròn (O) và (O') với đường thẳng BC

TL: Hai đường tròn (O) và (O') đối xứng nhau qua đường thẳng BC.

Từ những gợi ý trên HS tìm cách chỉ ra phép đối xứng trục BC biến đường tròn (O) thành quỹ tích của H .

Thật vậy, kéo dài AA_1 cắt đường tròn (O) tại A' dễ dàng chứng minh được $\Delta A'BA_1 = \Delta HBA_1$ (gcg). Suy ra $D_{BC} : A' \leftrightarrow H$; mà $A' \in (O)$ từ đó suy ra $H \in (O')$, với (O') là ảnh của (O) qua phép đối xứng trục D_{BC} .

HD 4: Khai thác Bài toán

HS khai thác bài toán dựa vào tính chất của phép dời hình như sau: “Cho ΔABC , H là trực tâm. Chứng minh rằng ba đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABH , ACH , BCH bằng nhau”.

3. Kết luận

Việc hướng dẫn giải bài tập Toán cho HS là một điều cần thiết và có vai trò quan trọng trong toàn bộ quá trình học tập của HS. Bài tập Toán nói chung và bài tập liên quan đến phép biến hình trong mặt phẳng nói riêng. GV biết cách sử dụng phần mềm dạy học mà cụ thể ở đây là phần mềm GeoGebra vào việc hỗ trợ giải toán liên quan đến phép biến hình là rất phù hợp, nó góp phần rút ngắn thời gian vẽ hình, giúp đỡ trong dự đoán, giúp đỡ trong kiểm tra kết quả một cách dễ dàng, ... Tuy phần mềm GeoGebra có nhiều ưu điểm trong dạy học Hình học nhất là Hình học phẳng nhưng để áp dụng nó một cách hiệu quả đạt mục tiêu bài dạy thì cần phải biết cách thiết kế bài giảng phù hợp, biết vận dụng các phương pháp dạy học, biết nối kết các HD tư duy và các HD sử dụng phần mềm dạy học.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Tô Xuân Giáp (1992), *Phương tiện dạy học (hướng dẫn chế tạo và sử dụng)*, NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp.
- [2] Phó Đức Hòa, Ngô Quang Sơn (2008), *Ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học tích cực*, NXB Giáo dục.
- [3] Trần Trung (2011), *Ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học môn toán ở trường phổ thông*, NXB giáo dục Việt Nam.

**USING THE SOFTWARE GEOGEBRA AS A MEANS OF VISUAL LEARNING
IN TEACHING HOW TO SOLVE TRANSFORMATION PROBLEMS**

Tran Trung¹, Nguyen Thi Thanh Tam², DangThanh Hung³

¹Sam Son Preparatory University of Ethnic Group

²Ha Tinh University³ Tam Nong High School, Dong Thap

ABSTRACT

Geogebra is a special mathematical software used freely in the world and has the interface in Vietnamese. It combines the dynamic environment geometry, dynamic algebra and dynamic calculations. By using Geogebra, teachers can produce geometrical figures or solve functions and manipulate coordinate expressions. Moreover, Geogebra has a sector for inputting information about the object directly. This paper presents the use of dynamic mathematics software GeoGebra as a means of visual learning to help students in predicting, demonstrating, illustrating, limiting and extending transformation problems in high schools.

* TS. Trần Trung, Trường Dự bị Đại học Dân tộc Sầm Sơn
ThS. Nguyễn Thị Thanh Tâm, Trường Đại học Hà Tĩnh
Đặng Thanh Hùng, Trường THPT Tam Nông, Đồng Tháp